



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

PROFESOR: Eduardo Tututi Guillén

FECHA: \_\_\_\_\_

ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

VALOR: La Guía de Estudios tiene un valor del 40% y derecho a Examen

CALIFICACIÓN: \_\_\_\_\_

## GUÍA DE ESTUDIO TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

### 1. La Recta

#### 1.1. Definición

Es una línea que se extiende en la misma dirección, es de una dimensión y contiene infinitos puntos.

#### 1.2. Ejemplos

##### 1.2.1. Ejemplo 1

Dada la ecuación  $3x - 2y + 6 = 0$ .

- Poner en forma pendiente-intersección  $y = mx + b$ :

$$-2y = -3x - 6 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 3.$$

- Pendiente  $m = \frac{3}{2}$ .
- Intersección con  $y$ ,  $(x = 0)$ :  $y = 3 \rightarrow P_1(0,3)$
- Intersección con  $x$ ,  $(y = 0)$ :  $\frac{3}{2}x + 3 = 0 \Rightarrow x = -2 \rightarrow P_2(-2,0)$ .
- Gráfica: trazar puntos  $\rightarrow P_1(0,3)$  y  $\rightarrow P_2(-2,0)$  y unirlos con una recta; la pendiente indica que por cada 2 unidades a la derecha sube 3.



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

### 1.2.2. Ejemplo 2

Pendiente  $m = -\frac{1}{2}$  y punto  $P(4, 3)$ .

- Forma punto-pendiente:

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 4).$$

- Pasar a  $y = mx + b$ :

$$y - 3 = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 5.$$

- Forma general (sin fracciones): multiplicar por 2  $\rightarrow x + 2y - 10 = 0$ .
- Intercepto Y:  $b = 5 \rightarrow P_1(0, 5)$ . Gráfica: marca  $P(4, 3)$  y  $P_1(0, 5)$ , une con recta.

### 1.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

1. Obtén la **ecuación general** y la **ecuación en forma pendiente-intersección**.
2. Determina la **pendiente** y la **intersección con el eje Y**.
3. Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.
  - a.  $4x - 6y = 0$
  - b.  $9x + 3y = 0$
  - c. Recta con pendiente  $m = \frac{2}{3}$  que pasa por el origen.
  - d. Recta perpendicular a  $y = -3x$  que pasa por el origen.
  - e. Recta con pendiente  $m = 7$  que pasa por el punto  $P(0, 5)$ .
  - f.  $5x - 2y + 10 = 0$
  - g.  $3x + 4y - 12 = 0$
  - h. Recta que pasa por  $P(3, -2)$  y tiene pendiente  $m = -\frac{1}{2}$ .
  - i. Recta paralela a  $4x - 2y + 1 = 0$  que pasa por  $P(-1, 5)$ .
  - j. Recta perpendicular a  $y = \frac{1}{4}x - 8$  que pasa por  $P(6, 2)$ .



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

## 2. La Circunferencia

### 2.1. Definición

Es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a un punto determinado, llamado centro, es un valor dado.

### 2.2. Ejemplos

#### 2.2.1. Ejemplo 1

Dada la ecuación  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ .

- Agrupar y completar cuadrados:

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 3$$

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 6y + 9) = 3 + 4 + 9 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16.$$

- Centro  $C(2, -3)$ , radio  $r = 4$ .
- Ecuación ordinaria:  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$ .

#### 2.2.2. Ejemplo 2

Centro  $C(2, -1)$ , punto en la circunferencia  $P(5, 3)$ .

- Calcular radio:

$$r = \sqrt{(5 - 2)^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{9 + 16} = 5.$$

- Ecuación ordinaria:

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25.$$

- Ecuación general (expandida):

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0.$$



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

## 2.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

1. Obtén la **ecuación general** y la **ecuación ordinaria** de la circunferencia.
2. Determina el **centro** y el **radio**.
3. Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.
  - a.  $x^2 + y^2 - 16 = 0$
  - b.  $x^2 + y^2 + 49 = 0$
  - c. Circunferencia con radio 8. Hallar ecuación ordinaria y general.
  - d. Circunferencia que pasa por  $P(6,8)$ . Hallar radio y ecuaciones.
  - e. Circunferencia cuyo diámetro tiene extremos  $(8,0)$  y  $(-8,0)$ .
  - f.  $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$
  - g.  $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 25 = 0$
  - h. Centro  $(4, -3)$  y radio 10.
  - i. Centro  $(-6,2)$  y radio 7.
  - j. Circunferencia que pasa por  $P(1,4)$  con centro en  $(-2, -1)$ .



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

## 3. La Parábola

### 3.1. Definición

Es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a un foco equivale a su distancia a una recta, llamada directriz.

### 3.2. Ejemplos

#### 3.2.1. Ejemplo 1

Dada la ecuación  $-2x^2 + 8x - y - 5 = 0$ .

- Factorizar y completar cuadrados:

$$y = -2(x^2 - 4x) - 5 = -2[(x - 2)^2 - 4] - 5 = -2(x - 2)^2 + 3.$$

- Reescribir:

$$(x - 2)^2 = -\frac{1}{2}(y - 3).$$

- Comparando con  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  se tiene  $4p = -\frac{1}{2} \Rightarrow p = -\frac{1}{8}$ .
- Vértice  $V(2,3)$ . Foco  $F(2, 3 + p) = (2, 3 - \frac{1}{8}) = (2, \frac{23}{8})$ . Directriz  $y = k - p = 3 - (-\frac{1}{8}) = \frac{25}{8}$ . Abre hacia abajo (coeficiente negativo).
- Gráfica: vértice en  $(2,3)$ , eje  $x = 2$ , foco justo debajo del vértice, directriz horizontal sobre la parábola.



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

### 3.2.2. Ejemplo 2

**Vértice  $V(3, 2)$ , foco  $F(3, 5)$ .**

1. Ambos tienen  $x = 3 \Rightarrow$  parábola vertical.  $p = 5 - 2 = 3$ .

2. Ecuación canónica:

$$(x - 3)^2 = 4p(y - 2) = 12(y - 2).$$

3. Ecuación general:

$$x^2 - 6x - 12y + 33 = 0.$$

4. Directriz:  $y = 2 - p = -1$ . Gráfica: vértice  $V(3, 2)$ , foco  $F(3, 5)$ , abre hacia arriba.

### 3.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

1. Obtén la **ecuación general** y la **ecuación ordinaria** de la parábola.
2. Determina el **vértice**, el **foco**, la **excentricidad** y la **longitud del lado recto**.
3. Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.

a.  $y^2 - 12x = 0$

b.  $x^2 + 16y = 0$

c. Parábola con foco  $(3, 0)$ . Hallar ecuaciones y elementos.

d. Parábola con directriz  $x = -4$ .

e. Parábola con foco  $(0, -6)$ .

f.  $y^2 - 4y + 8x - 12 = 0$

g.  $x^2 + 10x - 6y + 9 = 0$

h. Vértice  $(2, -3)$ , foco  $(6, -3)$ .

i. Vértice  $(-4, 1)$ , foco  $(-4, -5)$ .

j. Vértice  $(5, 5)$ , directriz  $y = 1$ .



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

## 4. La Elipse

### 4.1. Definición

Es el lugar geométrico de los puntos tales que la suma de su distancia a dos puntos, llamados focos, es una constante equivalente a su eje mayor.

### 4.2. Ejemplos

#### 4.2.1. Ejemplo 1

Dada la ecuación  $9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0$ .

- Agrupar y completar cuadrados:

$$9(x^2 - 2x) + 4(y^2 + 4y) = 11$$

$$9[(x - 1)^2 - 1] + 4[(y + 2)^2 - 4] = 11 + 9 + 16$$

$$9(x - 1)^2 + 4(y + 2)^2 = 36.$$

- Forma ordinaria:

$$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1.$$

- Centro  $C(1, -2)$ . Semiejes:  $a = 3$  (vertical),  $b = 2$  (horizontal).

$$c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

- Focos:  $F, F'(1, -2 \pm \sqrt{5}) \approx F(1, 4.2360)$  y  $F'(1, 0.2360)$
- Eje mayor vertical:  $A, A'(1 \pm 3, -2) = A(-2, -2)$  y  $A'(4, -2)$ . Eje menor horizontal  $B(3, -2 - 2) = B(3, -4)$  y  $B'(1, -2 + 2) = B'(1, 0)$ .



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

### 4.2.2. Ejemplo 2

Centro  $C(1, -2)$ ,  $a = 5$ , foco a la derecha (asumimos  $c = 4$  para completar).

- Calcular  $b$ :

$$b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow b = 3.$$

- Ecuación ordinaria (mayor horizontal):

$$\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1.$$

- Focos:  $(1 \pm 4, -2) = (5, -2)$  y  $(-3, -2)$ . Vértices:  $(1 \pm 5, -2) = (6, -2)$  y  $(-4, -2)$ .

### 4.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

1. Obtén la **ecuación general** y la **ecuación ordinaria** de la elipse.
2. Determina los **extremos del eje mayor**, los **extremos del eje menor**, los **focos** y la **excentricidad**.
3. Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.

1.  $9x^2 + 4y^2 - 36 = 0$

2.  $25x^2 + 16y^2 - 400 = 0$

3. Elipse con semieje mayor 12 y menor 5.

4. Elipse con focos  $F, F'(\pm 8, 0)$  y  $a = 10$ .

5. Elipse con extremos del eje mayor  $A, A'(0, \pm 9)$  y  $b = 4$ .

6.  $9(x^2 - 4x) + 4(y^2 + 2y) - 36 = 0$

7.  $4x^2 + 9y^2 - 16x + 54y + 61 = 0$

8. Centro  $C(4, -1)$ ,  $a = 7$ ,  $b = 5$ .

9. Centro  $C(-3, 5)$ , focos horizontales a 6 unidades del centro.

10. Vértices  $V(2, 10)$ ,  $V'(2, -6)$  y centro en  $C(2, 2)$ .





GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

## 5. La Hipérbola

### 5.1. Definición

Es el lugar geométrico de los puntos tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es igual a una constante (constante positiva, que equivale a la distancia entre sus vértices)

### 5.2. Ejemplos

#### 5.2.1. Ejemplo 1

**Dada la ecuación  $4x^2 - 9y^2 - 16x - 36y + 16 = 0$ .**

- Agrupar y completar cuadrados:

$$4(x^2 - 4x) - 9(y^2 + 4y) = -16$$

$$4[(x - 2)^2 - 4] - 9[(y + 2)^2 - 4] = -16 + 16 - 36$$

$$4(x - 2)^2 - 9(y + 2)^2 = -36.$$

- Multiplicar por -1 y reescribir:

$$9(y + 2)^2 - 4(x - 2)^2 = 36 \Rightarrow \frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1.$$

- Centro  $C(2, -2)$ . Aquí la hipérbola tiene eje transversal vertical (la parte positiva está con  $(y+2)^2$ ).  $a^2 = 4$ ,  $b^2 = 9$  (si se reescribe exactamente así). Vértices:  $V, V'(2, -2 \pm 2) = V(2, -4)$  y  $V'(2, 0)$
- Focos: calcular  $c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow c = \sqrt{13}$ .  $F, F'(2, -2 \pm \sqrt{13}) \approx F(2, -5.6055)$  y  $F'(2, 1.6055)$
- Asíntotas:  $y + 2 = \pm \frac{3}{2}(x - 2)$ .



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

### 5.2.2. Ejemplo 2

**Centro  $(2, -1)$ ,  $c = 5$  (foco a 5 unidades),  $a = 3$ .**

- Calcular  $b$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow b = 4.$$

- Ecuación ordinaria (transversal horizontal):

$$\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{16} = 1.$$

- Ecuación general: Multiplicar por 144 (m.c.m. de denominadores)

$$16(x - 2)^2 - 9(y + 1)^2 = 144,$$

expandir y simplificar:

$$16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y - 89 = 0.$$

- Vértices:  $V, V'(2 \pm 3, -1) = V(5, -1)$  y  $V'(-1, -1)$ . Focos:  $F, F'(2 \pm 5, -1) = F(7, -1)$  y  $F'(-3, -1)$ . Asíntotas:  $y + 1 = \pm \frac{4}{3}(x - 2)$ .



GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

### 5.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

1. Obtén la **ecuación general** y la **ecuación ordinaria** de la hipérbola.
2. Determina los **vértices**, los **focos**, las **asíntotas** y la **excentricidad**.
3. Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.
  - a.  $9x^2 - 4y^2 - 36 = 0$
  - b.  $16y^2 - 25x^2 + 400 = 0$
  - c. Hipérbola con focos  $F, F'(\pm 10, 0)$  y vértices  $V, V'(\pm 6, 0)$ .
  - d. Hipérbola con vértices  $V, V'(0, \pm 7)$  y  $c = 10$ .
  - e. Hipérbola con asíntotas  $y = \pm 3x$ .
  - f.  $9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y - 28 = 0$
  - g.  $25x^2 - 9y^2 - 100x - 18y + 81 = 0$
  - h. Centro  $C(4, -2)$ , vértices  $V, V'(4 \pm 5, -2)$ .
  - i. Centro  $C(-6, 1)$ , focos verticales a 8 unidades del centro.
  - j. Asíntotas pasan por  $C(3, -4)$  con pendientes  $m = \pm 2$ .