

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

PROFESOR: Eduardo Tututi Guillén

FECHA: _____

ESTUDIANTE: _____ **GRUPO:** _____

VALOR: La Guía de Estudios tiene un valor del 40% y derecho a Examen

CALIFICACIÓN: _____

GUÍA DE ESTUDIO TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

1. La Recta

1.1. Definición

Es una línea que se extiende en la misma dirección, es de una dimensión y contiene infinitos puntos.

1.2. Ejemplos

1.2.1. Ejemplo 1

Dada la ecuación $3x - 2y + 6 = 0$.

- Poner en forma pendiente-intersección $y = mx + b$:

$$-2y = -3x - 6 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 3.$$

- Pendiente $m = \frac{3}{2}$.
- Intersección con y , ($x = 0$): $y = 3 \Rightarrow P_1(0,3)$
- Intersección con x , ($y = 0$): $\frac{3}{2}x + 3 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow P_2(-2,0)$.
- Gráfica: trazar puntos $\rightarrow P_1(0,3)$ y $\rightarrow P_2(-2,0)$ y unirlos con una recta; la pendiente indica que por cada 2 unidades a la derecha sube 3.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

1.2.2. Ejemplo 2

Pendiente $m = -\frac{1}{2}$ y punto $P(4, 3)$.

- Forma punto-pendiente:

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 4).$$

- Pasar a $y = mx + b$:

$$y - 3 = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 5.$$

- Forma general (sin fracciones): multiplicar por 2 $\rightarrow x + 2y - 10 = 0$.
- Intercepto Y: $b = 5 \rightarrow P_1(0, 5)$. Gráfica: marca $P(4, 3)$ y $P_1(0, 5)$, une con recta.

1.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

1. Obtén la **ecuación general** y la **ecuación en forma pendiente-intersección**.
2. Determina la **pendiente** y la **intersección con el eje Y**.
3. Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.
 - a. $4x - 6y = 0$
 - b. $9x + 3y = 0$
 - c. Recta con pendiente $m = \frac{2}{3}$ que pasa por el origen.
 - d. Recta perpendicular a $y = -3x$ que pasa por el origen.
 - e. Recta con pendiente $m = 7$ que pasa por el punto $P(0, 5)$.
 - f. $5x - 2y + 10 = 0$
 - g. $3x + 4y - 12 = 0$
 - h. Recta que pasa por $P(3, -2)$ y tiene pendiente $m = -\frac{1}{2}$.
 - i. Recta paralela a $4x - 2y + 1 = 0$ que pasa por $P(-1, 5)$.
 - j. Recta perpendicular a $y = \frac{1}{4}x - 8$ que pasa por $P(6, 2)$.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

2. La Circunferencia

2.1. Definición

Es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a un punto determinado, llamado centro, es un valor dado.

2.2. Ejemplos

2.2.1. Ejemplo 1

Dada la ecuación $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$.

- Agrupar y completar cuadrados:

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 3$$

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 6y + 9) = 3 + 4 + 9 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16.$$

- Centro $C(2, -3)$, radio $r = 4$.
- Ecuación ordinaria: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$.

2.2.2. Ejemplo 2

Centro $C(2, -1)$, punto en la circunferencia $P(5, 3)$.

- Calcular radio:

$$r = \sqrt{(5 - 2)^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{9 + 16} = 5.$$

- Ecuación ordinaria:

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25.$$

- Ecuación general (expandida):

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0.$$

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

2.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

1. Obtén la **ecuación general** y la **ecuación ordinaria** de la circunferencia.
2. Determina el **centro** y el **radio**.
3. Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.
 - a. $x^2 + y^2 - 16 = 0$
 - b. $x^2 + y^2 + 49 = 0$
 - c. Circunferencia con radio 8. Hallar ecuación ordinaria y general.
 - d. Circunferencia que pasa por $P(6,8)$. Hallar radio y ecuaciones.
 - e. Circunferencia cuyo diámetro tiene extremos $(8, 0)$ y $(-8, 0)$.
 - f. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$
 - g. $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 25 = 0$
 - h. Centro $(4, -3)$ y radio 10.
 - i. Centro $(-6, 2)$ y radio 7.
 - j. Circunferencia que pasa por $P(1,4)$ con centro en $(-2, -1)$.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

3. La Parábola

3.1. Definición

Es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a un foco equivale a su distancia una recta, llamada directriz.

3.2. Ejemplos

3.2.1. Ejemplo 1

Dada la ecuación $-2x^2 + 8x - y - 5 = 0$.

- Factorizar y completar cuadrados:

$$y = -2(x^2 - 4x) - 5 = -2[(x - 2)^2 - 4] - 5 = -2(x - 2)^2 + 3.$$

- Reescribir:

$$(x - 2)^2 = -\frac{1}{2}(y - 3).$$

- Comparando con $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ se tiene $4p = -\frac{1}{2} \Rightarrow p = -\frac{1}{8}$.
- Vértice $V(2,3)$. Foco $F(2,3 + p) = (2, 3 - \frac{1}{8}) = (2, \frac{23}{8})$. Directriz $y = k - p = 3 - (-\frac{1}{8}) = \frac{25}{8}$. Abre hacia abajo (coeficiente negativo).
- Gráfica: vértice en $(2,3)$, eje $x = 2$, foco justo debajo del vértice, directriz horizontal sobre la parábola.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

3.2.2. Ejemplo 2

Vértice $V(3, 2)$, foco $F(3, 5)$.

1. Ambos tienen $x = 3 \Rightarrow$ parábola vertical. $p = 5 - 2 = 3$.
2. Ecuación canónica:

$$(x - 3)^2 = 4p(y - 2) = 12(y - 2).$$

3. Ecuación general:

$$x^2 - 6x - 12y + 33 = 0.$$

4. Directriz: $y = 2 - p = -1$. Gráfica: vértice $V(3, 2)$, foco $F(3, 5)$, abre hacia arriba.

3.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

1. Obtén la **ecuación general** y la **ecuación ordinaria** de la parábola.
2. Determina el **vértice**, el **foco**, la **excentricidad** y la **longitud del lado recto**.
3. Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.
 - $y^2 - 12x = 0$
 - $x^2 + 16y = 0$
 - Parábola con foco $(3, 0)$. Hallar ecuaciones y elementos.
 - Parábola con directriz $x = -4$.
 - Parábola con foco $(0, -6)$.
 - $y^2 - 4y + 8x - 12 = 0$
 - $x^2 + 10x - 6y + 9 = 0$
 - Vértice $(2, -3)$, foco $(6, -3)$.
 - Vértice $(-4, 1)$, foco $(-4, -5)$.
 - Vértice $(5, 5)$, directriz $y = 1$.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

4. La Elipse

4.1. Definición

Es el lugar geométrico de los puntos tales que la suma de su distancia a dos puntos, llamados focos, es una constante equivalente a su eje mayor.

4.2. Ejemplos

4.2.1. Ejemplo 1

Dada la ecuación $9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0$.

- Agrupar y completar cuadrados:

$$9(x^2 - 2x) + 4(y^2 + 4y) = 11$$

$$9[(x - 1)^2 - 1] + 4[(y + 2)^2 - 4] = 11 + 9 + 16$$

$$9(x - 1)^2 + 4(y + 2)^2 = 36.$$

- Forma ordinaria:

$$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1.$$

- Centro $C(1, -2)$. Semiejes: $a = 3$ (vertical), $b = 2$ (horizontal).

$$c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

- Focos: $F, F'(1, -2 \pm \sqrt{5}) \approx F(1, 4.2360)$ y $F'(1, -0.2360)$
- Eje mayor vertical: $A, A'(1 \pm 3, -2) = A(-2, -2)$ y $A'(4, -2)$. Eje menor horizontal $B(3, -2 - 2) = B(3, -4)$ y $B'(1, -2 + 2) = B'(1, 0)$.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

4.2.2. Ejemplo 2

Centro $C(1, -2)$, $a = 5$, foco a la derecha (asumimos $c = 4$ para completar).

- Calcular b :

$$b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow b = 3.$$

- Ecuación ordinaria (mayor horizontal):

$$\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1.$$

- Focos: $(1 \pm 4, -2) = (5, -2)$ y $(-3, -2)$. Vértices: $(1 \pm 5, -2) = (6, -2)$ y $(-4, -2)$.

4.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

- Obtén la **ecuación general** y la **ecuación ordinaria** de la elipse.
- Determina los **extremos del eje mayor**, los **extremos del eje menor**, los **focos** y la **excentricidad**.
- Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.

- $9x^2 + 4y^2 - 36 = 0$
- $25x^2 + 16y^2 - 400 = 0$
- Elipse con semieje mayor 12 y menor 5.
- Elipse con focos $F, F'(\pm 8, 0)$ y $a = 10$.
- Elipse con extremos del eje mayor $A, A'(0, \pm 9)$ y $b = 4$.
- $9(x^2 - 4x) + 4(y^2 + 2y) - 36 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 - 16x + 54y + 61 = 0$
- Centro $C(4, -1)$, $a = 7$, $b = 5$.
- Centro $C(-3, 5)$, focos horizontales a 6 unidades del centro.
- Vértices $V(2, 10)$, $V'(2, -6)$ y centro en $C(2, 2)$.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

5. La Hipérbola

5.1. Definición

Es el lugar geométrico de los puntos tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es igual a una constante (constante positiva, que equivale a la distancia entre sus vértices)

5.2. Ejemplos

5.2.1. Ejemplo 1

Dada la ecuación $4x^2 - 9y^2 - 16x - 36y + 16 = 0$.

- Agrupar y completar cuadrados:

$$4(x^2 - 4x) - 9(y^2 + 4y) = -16$$

$$4[(x - 2)^2 - 4] - 9[(y + 2)^2 - 4] = -16 + 16 - 36$$

$$4(x - 2)^2 - 9(y + 2)^2 = -36.$$

- Multiplicar por -1 y reescribir:

$$9(y + 2)^2 - 4(x - 2)^2 = 36 \Rightarrow \frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1.$$

- Centro $C(2, -2)$. Aquí la hipérbola tiene eje transversal vertical (la parte positiva está con $(y+2)^2$). $a^2 = 4$, $b^2 = 9$ (si se reescribe exactamente así). Vértices: $V, V'(2, -2 \pm 2) = V(2, -4)$ y $V'(2, 0)$
- Focos: calcular $c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow c = \sqrt{13}$. $F, F'(2, -2 \pm \sqrt{13}) \approx F(2, -5.6055)$ y $F'(2, 1.6055)$
- Asíntotas: $y + 2 = \pm \frac{3}{2}(x - 2)$.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

5.2.2. Ejemplo 2

Centro $(2, -1)$, $c = 5$ (foco a 5 unidades), $a = 3$.

- Calcular b :

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow b = 4.$$

- Ecuación ordinaria (transversal horizontal):

$$\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{16} = 1.$$

- Ecuación general: Multiplicar por 144 (m.c.m. de denominadores)

$$16(x-2)^2 - 9(y+1)^2 = 144,$$

expandir y simplificar:

$$16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y - 89 = 0.$$

- Vértices: $V, V'(2 \pm 3, -1) = V(5, -1)$ y $V'(-1, -1)$. Focos: $F, F'(2 \pm 5, -1) = F(7, -1)$ y $F'(-3, -1)$. Asíntotas: $y + 1 = \pm \frac{4}{3}(x - 2)$.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO ENERO 2026
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II
SEPTIEMBRE 2025 - ENERO 2026

5.3. Ejercicios

Para cada ejercicio, realiza lo siguiente:

1. Obtén la **ecuación general** y la **ecuación ordinaria** de la hipérbola.
2. Determina los **vértices**, los **focos**, las **asíntotas** y la **excentricidad**.
3. Finalmente, en una **hoja milimétrica** dividida en **cuatro secciones iguales**, **grafica un ejercicio en cada sección**.
 - a. $9x^2 - 4y^2 - 36 = 0$
 - b. $16y^2 - 25x^2 + 400 = 0$
 - c. Hipérbola con focos $F, F'(\pm 10, 0)$ y vértices $V, V'(\pm 6, 0)$.
 - d. Hipérbola con vértices $V, V'(0, \pm 7)$ y $c = 10$.
 - e. Hipérbola con asíntotas $y = \pm 3x$.
 - f. $9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y - 28 = 0$
 - g. $25x^2 - 9y^2 - 100x - 18y + 81 = 0$
 - h. Centro $C(4, -2)$, vértices $V, V'(4 \pm 5, -2)$.
 - i. Centro $C(-6, 1)$, focos verticales a 8 unidades del centro.
 - j. Asíntotas pasan por $C(3, -4)$ con pendientes $m = \pm 2$.